第20講・三角形③ 直角三角形の証明問題

要点整理

1　直角三角形の合同条件

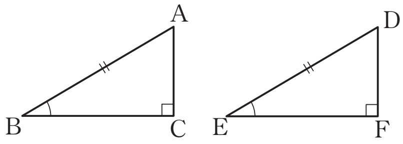
2つの直角三角形は，次の各場合に，合同である。

① 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

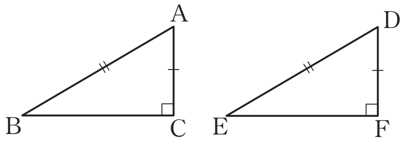
② 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。

●直角三角形の合同条件

① ∠C＝∠F＝90°，
AB＝DE，∠B＝∠E

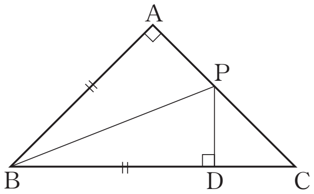


② ∠C＝∠F＝90°，
AB＝DE，AC＝DF



例題 1

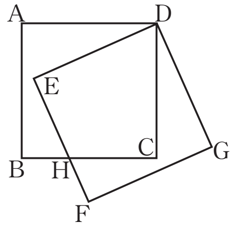
右の図で，△ABC は AB＝AC の直角二等辺三角形である。辺 BC 上に，AB＝DB となるように点 D をとり，点 D で辺 BC にひいた垂線と辺 AC との交点を P とする。このとき，∠APB の大きさを求めよ。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

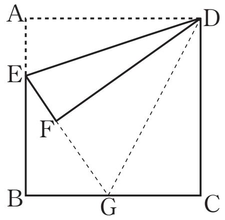
例題 2

右の図のように，合同な２つの正方形が点Ｄで重なっている。このとき，BH＝FH であることを証明しなさい。



例題 3

右の図のような正方形 ABCD の折り紙があり，辺 AB 上に点Ｅをとり，線分 DE で△AED を折り返すとＡがＦに移るとき，次の問いに答えなさい。



(1)　△DEF の辺の長さや角の大きさのうち，Ｅの位置に関係なく常に一定の値をとるものを１つ書け。

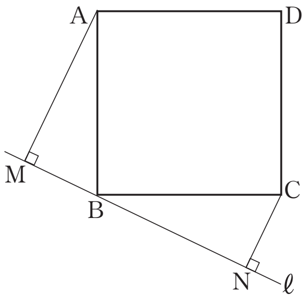
(2)　EF の延長線と辺 BC の交点をＧとするとき，△CDG ≡ △FDG であることを証明せよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

20－1

右の図のように，正方形ABCDの頂点A，Cから，頂点Bを通る直線ℓにひいた垂線をそれぞれAM，CNとするとき，AM＝BNであることを証明せよ。



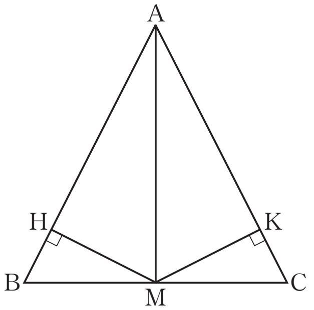
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講・確認テスト

［1］ 右の図のように，△ABC の辺 BC の中点 M から辺 AB，AC に下ろした垂線を MH，MK とする。MH＝MK ならば，AB＝AC であることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△MBH と△MCK において

仮定より　MB＝MC，MH＝MK，

［ア］＝［イ］＝［ウ］

直角三角形の［エ］がそれぞれ等しいので，

△MBH≡△MCK　　よって，［オ］＝［カ］

［キ］が等しいので，△ABC は二等辺三角形である。

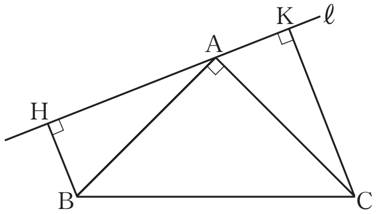
すなわち，AB＝AC

（選択肢）

① 60°　② 90°　③ ∠MHB　④ ∠MBH　⑤ ∠MKC

⑥ ∠MCK　⑦ 斜辺と１つの鋭角　⑧ 斜辺と他の１辺　⑨ ２角

［2］ AB＝AC の直角二等辺三角形 ABC の頂点 A を通る直線を ℓ とし，頂点 B，C から直線 ℓ に下ろした垂線を BH，CK とする。右の図のように，ℓ が△ABC の辺と交わらないとき，HK＝BH＋CK となる。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABH と△CAK において

仮定より　AB＝CA　…①，∠AHB＝∠CKA＝90°　…②

［ク］＝90°－［ケ］，［コ］＝90°－［ケ］

よって，［ク］＝［コ］…③

①，②，③より，直角三角形の［サ］がそれぞれ等しいので，

△ABH≡△CAK

よって，BH＝［シ］，［ス］＝CK

すなわち，HK＝［シ］＋［ス］＝BH＋CK

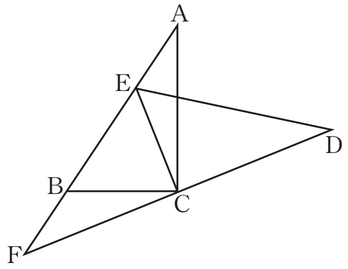
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

（選択肢）

①　AH　②　AK　③　∠ABH　④　∠BAH　⑤　∠CAK

⑥　∠CKA　⑦　∠BHA　⑧　斜辺と他の１辺　⑨　斜辺と１つの鋭角

［3］　右の図で，△ABCは∠ACB＝90°の直角三角形である。点Dは線分ACの右側にあり，△ABC≡△DECである。線分ABとDCをそれぞれ延長した直線の交点をFとする。このとき，△ECF≡△ECDとなることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ECFと△ECDにおいて

共通な辺より　EC＝EC　…①

仮定より　［セ］＝［ソ］＝90°　…②

［タ］≡［チ］よりBC＝ECで，二等辺三角形の底角は等しいから

∠CBE＝［ツ］

また，対応する角は等しいから

∠CBE＝［テ］

よって，［ツ］＝［テ］…③

①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ECF≡△ECD

（選択肢）

①　∠CED　②　∠CEF　③　∠ECD　④　∠ECF　⑤　△ABC

⑥　△DEC　⑦　△BCE　⑧　△BCF　⑨　△ECA

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講・三角形③ 直角三角形の証明問題

例題 1

67.5°

解説

△APB と△DPB は，斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいので合同。

∠ABP＝∠DBP＝22.5°　　90°－22.5°＝67.5°

例題 2

証明　D と H を結ぶ。

△DEH と△DCH において，正方形の性質より，

∠DEH＝∠DCH＝90°…①　DE＝DC…②　また，DH は共通…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから，

△DEH ≡△DCH

よって，CH＝EH…④

また，合同な正方形の辺より，BC＝FE…⑤

④，⑤より，BC－CH＝FE－EH

したがって，BH＝FH

例題 3

(1)　辺 DF の長さ（または，∠ EFD の大きさ）

(2)　証明　△CDG と△FDG において，

CD＝FD…①　DG は共通…②　∠DCG＝∠DFG＝90°…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と他の 1 辺がそれぞれ等しいから，

△CDG ≡△FDG

20－1

証明　△AMB と△BNC において，∠AMB＝∠BNC＝90°…①

四角形 ABCD は正方形だから，AB＝BC…②　∠ABM＋∠CBN＝90°

また，∠BCN＋∠CBN＝90°

よって，∠ABM＝∠BCN…③

①，②，③より，直角三角形の斜辺と 1 つの鋭角がそれぞれ等しいから，

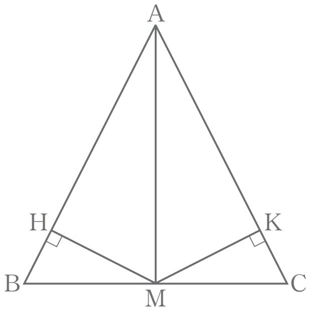
△AMB ≡△BNC

よって，AM＝BN

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第20講・確認テスト

［1］　右の図のように，△ABCの辺BCの中点Mから辺AB，ACに下ろした垂線をMH，MKとする。MH＝MKならば，AB＝ACであることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△MBHと△MCKにおいて

仮定より　MB＝MC，MH＝MK，

［ア］＝［イ］＝［ウ］

直角三角形の［エ］がそれぞれ等しいので，

△MBH≡△MCK　　よって，［オ］＝［カ］

［キ］が等しいので，△ABCは二等辺三角形である。

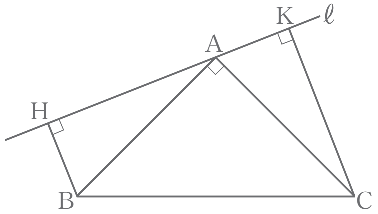
すなわち，AB＝AC

（選択肢）

①　60°　②　90°　③　∠MHB　④　∠MBH　⑤　∠MKC

⑥　∠MCK　⑦　斜辺と１つの鋭角　⑧　斜辺と他の１辺　⑨　２角

［2］　AB＝ACの直角二等辺三角形ABCの頂点Aを通る直線をℓとし，頂点B，Cから直線ℓに下ろした垂線をBH，CKとする。右の図のように，ℓが△ABCの辺と交わらないとき，HK＝BH＋CKとなる。このことを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ABHと△CAKにおいて

仮定より　AB＝CA　…①，∠AHB＝∠CKA＝90°　…②

［ク］＝90°－［ケ］，［コ］＝90°－［ケ］

よって，［ク］＝［コ］…③

①，②，③より，直角三角形の［サ］がそれぞれ等しいので，

△ABH≡△CAK

よって，BH＝［シ］，［ス］＝CK

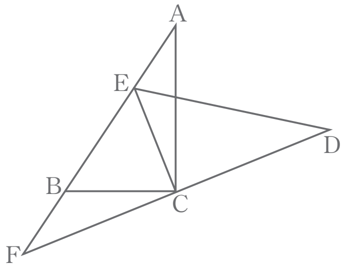
すなわち，HK＝［シ］＋［ス］＝BH＋CK

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

（選択肢）

① AH　② AK　③ ∠ABH　④ ∠BAH　⑤ ∠CAK
⑥ ∠CKA　⑦ ∠BHA　⑧ 斜辺と他の１辺　⑨ 斜辺と１つの鋭角

［3］　右の図で，△ABC は∠ACB＝90°の直角三角形である。点 D は線分 AC の右側にあり，△ABC≡△DEC である。線分 AB と DC をそれぞれ延長した直線の交点を F とする。このとき，△ECF≡△ECD となることを次のように証明した。空欄にあてはまるものとして適切な選択肢を選び，その番号を答えなさい。



（証明）△ECF と△ECD において

共通な辺より　EC＝EC　…①

仮定より　［セ］＝［ソ］＝90°　…②

［タ］≡［チ］より BC＝EC で，二等辺三角形の底角は等しいから

∠CBE＝［ツ］

また，対応する角は等しいから

∠CBE＝［テ］

よって，［ツ］＝［テ］…③

①，②，③より，１辺とその両端の角がそれぞれ等しいので，

△ECF≡△ECD

（選択肢）

① ∠CED　② ∠CEF　③ ∠ECD　④ ∠ECF　⑤ △ABC
⑥ △DEC　⑦ △BCE　⑧ △BCF　⑨ △ECA

解答

［1］　ア ③　イ ⑤　ウ ②　エ ⑧　オ ④　カ ⑥　キ ⑨
［2］　ク ③　ケ ④　コ ⑤　サ ⑨　シ ②　ス ①
［3］　セ ④　ソ ③　タ ⑤　チ ⑥　ツ ②　テ ①

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。